



TITLE:

周期波動transmission問題に対する  
境界要素法の高速直接解法(  
Abstract\_要旨)

AUTHOR(S):

松本, 安弘

---

CITATION:

松本, 安弘. 周期波動transmission問題に対する境界要素法の高速直接解法. 京都大学, 2020, 博士(情報学)

ISSUE DATE:

2020-03-23

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.k22581>

RIGHT:

様式VI

## 博士学位論文調査報告書

論文題目 周期波動transmission問題に対する境界要素法の高速度直接解法

申請者氏名 松本安弘

最終学歴 平成 令和26年 3月 複雑系科学専攻修士課程 修了  
京都大学大学院情報学研究科  
平成 令和 2年 3月 先端数理科学専攻博士後期課程  
京都大学大学院情報学研究科 研究指導認定見込 退学

学識確認 令和 年 月 日 (論文博士のみ)

論文調査委員 京都大学大学院情報学研究科  
(調査委員長) 教 授 西村直志

論文調査委員 京都大学大学院情報学研究科  
教 授 磯祐介

論文調査委員 京都大学大学院情報学研究科  
准教授 吉川仁

( 続紙 1 )

京都大学	博士（情報学）	氏名	松本安弘
論文題目	周期波動 transmission 問題に対する境界要素法の高速直接解法		
<p>（論文内容の要旨）</p> <p>周期波動transmission問題は、全空間中に周期的に配置された有限の大きさの透過性散乱体により生成される波動散乱場を求める境界値問題であり、物理学・工学上多くの応用を有するため、効率的な数値計算手法の開発が望まれる．そのような算法として、例えば、周期多重極境界要素法などの離散化した線型方程式を反復解法によって解く手法がある．しかし、これら従来の算法は反復回数を減じるための効率的な前処理法の適用が難しい場合や、同一の係数行列に対して複数の右辺が存在する問題では、計算時間が長くなる欠点を有している．これらを克服するため、最近ではアルゴリズムの大部分を右辺に依存することなく実行可能な高速直接解法が注目されている．高速直接解法には様々な方法があるが、本論文で論じられる周期構造を効率的に解析できると考えられるID（interpolative decomposition）に基づく解法が有力である．この方法の特徴は、proxyと呼ばれる局所的な仮想境界を用いて積分方程式に含まれる作用素を近似的に評価することにより、アルゴリズムの高速化を図ることにある．しかしtransmission問題におけるproxyの適用法はこれまでほとんど議論されていない．transmission問題では単一領域の場合と異なり、複数の層ポテンシャルを同時に近似するため、定式化ごとに異なるproxyの適用法を検討しなければならない．</p> <p>そこで本研究では、はじめにIDに基づく高速直接解法の一つであるMartinsson-Rokhlin型解法（以下、MR型解法と略記する）を対象に、非周期transmission問題に対応した定式化とproxyの適用法を考察している．まず、広く用いられるPMCHWT定式化を用いると、MR型解法のアルゴリズムが破綻することを指摘し、その問題はmulti-trace境界積分方程式を用いることにより回避できることを示している．さらに、proxy上での影響評価関数について、単一領域の場合の方法を素朴に拡張すると、未知数の数が大きな問題において数値解の精度が悪化することを指摘し、この問題はproxyにおける評価関数を修正することにより、解決できることを確認している．また、IDに基づく高速直接解法にはMR型の解法の他にHo-Greengard型解法があるが、これらの手法の数値計算効率の比較は、これ迄ほとんどなされていない．そのため、これらの解法を周期transmission問題に適用し、数値計算の性能比較を論じている．その結果、計算時間と使用メモリの両面で、MR型解法が優位であることを確認している．さらに、MR型解法の性能を改善するため、見かけの固有値が数値解の精度に影響し難く、multi-trace境界積分方程式よりも未知数が少ないBurton-Millerの積分方程式の使用を提案している．具体的には、同定式化に対応したproxyの適用法を検討している．数値計算により、提案手法はmulti-trace積分方程式を用いた定式化に比較して多くの場合計算時間を短縮できることを確認している．</p> <p>以上の検討により、周期波動transmission問題に対し、適切なproxyの適用法を考察することで、MR型の高速直接解法の適用を可能としている．また、Burton-Millerの積分方程式を用いた定式化により算法を改良し、本問題に対する効率的な高速直接解法を確立している．</p>			

(論文審査の結果の要旨)

境界要素法は物理学や工学に多くの応用を有する周期波動transmission問題に対する有力な数値解法の一つであると考えられている。適用する問題の規模が大きくなると高速解法の使用が必須となるが、これまで周期多重極境界要素法などの反復解法に基づく手法が発展してきた。しかし、周期問題に関する解の特異な挙動を捉えるためには、悪条件の方程式や、固有値問題への対応が重要となり、このような問題では反復回数の増大や、複数の右辺に効率よく対応できる数値計算法への需要が高い。このような観点から高速直接解法、中でも、ID (interpolative decomposition) に基づく解法が注目されている。この方法では、proxyと呼ばれる局所的な仮想境界を用いて積分方程式を近似した代数方程式を圧縮するが、transmission問題におけるproxyの適用法はこれまでほとんど検討されて来なかった。

そこで、本研究では、まず非周期transmission問題を考え、広く用いられるPMCHWT定式化にIDに基づく高速直接解法の一つであるMartinsson-Rokhlin型解法を適用しようとするアルゴリズムが破綻することなどの問題点を指摘した。その上で、このアルゴリズムの破綻はmulti-trace境界積分方程式を用いることにより回避できることを示した。さらに、transmission問題に特有のproxyの取り方を提案した。次に、典型的なID に基づく高速直接解法であるMartinsson-Rokhlin 型の解法とHo-Greengard型解法を周期transmission 問題に適用し、数値実験により計算時間と使用メモリの両面で、Martinsson-Rokhlin 型解法が優位であるという新たな知見を得た。さらに、Martinsson-Rokhlin型解法の性能改善を目的としてBurton-Millerの積分方程式を取り上げ、数値実験により、提案手法は多くの場合、multi-trace積分方程式を用いた定式化に比較して更に効率が良いことを確認するに至っている。

周期波動transmission問題に対する高速直接解法は、これまでも検討された事例は存在するが、工学的に重要な物理的意味を有する未知数に関する積分方程式はほとんど研究されてこなかった。このような状況で、multi-trace積分方程式を用いた汎用性の高い高速直接解法を見出したことは本研究の重要な成果である。また、transmission問題においてポテンシャル論的に自然、かつ高精度の数値計算を可能にする新たなproxyを開発したことや、種々の算法の比較によりさらに能率の良い解法を特定したことなどは本研究の学術上高く評価できる点である。また、Ewaldの方法を適用した超特異積分方程式の正則化など、本研究の主要部分を支える技術的な詳細にも見るべき新たな知見が多く含まれている。以上のことから、本論文は博士(情報学)の学位論文として価値あるものと認める。また、2020年2月17日、論文内容とそれに関連した事項について試問を行った結果、合格と認めた。さらに、本論文のインターネットでの全文公表についても支障がないことを確認した。

要旨公開可能日：                      年              月              日以降